Université Sultan Moulay Slimane – Béni Mellal
Faculté de l'Economie et de Gestion
Filière : SEG
Semestre : S1
Section A

Année Universitaire 2020-2021
Module :Analyse mathématique

TD N°1

Exercice 1.

- *On considère la fonction* f *définie de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = -x^3 - 3x + 2$
  1. *Calculer* $f(0), f(1)$ *et* $f(-1)$
  2. *Montrer que* f *est bijective.*
  3. *Déterminer les images suivantes* $f^{-1}(-2), f^{-1}([2, +\infty[)$
- *Montrer que la fonction* $f :]1, +\infty[\longrightarrow]0, +\infty[$ *définie par* $f(x) = \frac{1}{x-1}$ *est bijective calculer sa bijection réciproque.*

Exercice 2.

1. *Déterminer, si elle existe,* $\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{x}$ *et* $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$
2. *En utilisant la définition de la limite, montrer que* $\lim_{x \longrightarrow 2} (3x+1) = 7$

Exercice 3.

On considère la fonction réelle f *donneé par* $f(x) = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}} & pou \quad x>0 \\ -1 + \sin x & sinon \end{cases}$

1. *Déterminer l'ensemble de définition* D_f *de f,puis y étudier la continuité de* f
2. *Etudier la dérivabilité de* f *sur* D_f*. puis donner l'expression de sa dériviеé en tout* x *ou elle a lieu.*
3. *Soit* g *la fonction polynomiale défine par* $g(x) = x^3 + x^2 + x + a$ *où* a *est un réel donné.*
   Montrer que l'équation $g(x) = 0$ *admet nécessairement une racine réelle.*

Exercice 4.

Soit f *une fonction définie par :*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1} & si\ x \leq 0, \\ 1 - e^x & si\ x > 0. \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de f *sur* $\mathbb{R}$.
2) Etudier la dérivabilité de f *sur* $\mathbb{R}$.
3) La fonction f *est-elle de classe* $C^1(\mathbb{R})$?

Université Sultan Moulay Slimane — Béni Mellal
Faculté de l'Economie et de Gestion
Filière : SEG
Semestre : S1
Section A

Année Universitaire 2020-2021
Module :Analyse mathématique

Exercice 5.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ *et soient* $a_0,\ a_1,\ \dots,\ a_{n-1} \in \mathbb{R}$ *vérifiant :*

$$a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{n} = \frac{1}{n+1}.$$

En appliquant le théorème de Rolle montrer que l'équation :

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} = x^n,$$

possède une solution dans $]0,1[$.

Exercice 6.

Soit $f : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ *continue, positive et telle que*

$$\lim_{x \longrightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = l < 1.$$

Montrer qu'il existe $\alpha \in [0, +\infty[$ *tel que* $f(\alpha) = \alpha$.

Exercice 7.

Soit f *la fonction définie sur* $]-2, +\infty[$ *par*

$$f(x) = \ln(x+2) - x.$$

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ *admet exactement deux solutions* c_1 *et* c_2 *telles que* $-2 < c_1 < 0 < c_2$.