

**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**FACULTE POLYDISCIPLINAIRE - BENI-MELLAL**  
 FILIERE : SEG - S1 - ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2012/2013  
 TD de Statistique descriptive I

**SERIE N° 1**  
**CORRIGE**

**Questions de cours :**

1. Relever la différence qui existe entre statistique (au singulier) et statistiques (au pluriel) ?  
 Statistique au singulier : la science statistique définie comme étant l'ensemble de méthodes qui permettent d'étudier quantitativement un phénomène.  
 Statistique au pluriel : ensemble de données chiffrées
2. Définir les concepts suivants :
  - Population : ensemble d'unités statistique qui font l'objet d'une étude statistique
  - Echantillon : Partie de la population qui fait l'objet d'une étude partielle
  - Sondage : Etude partielle qui porte sur un échantillon
  - Recensement : Etude exhaustive (totale) qui porte sur toutes les unités de la population.
  - Caractère : Trait commun qui caractérise toutes les unités de la population

**Exercice n° 1 :**

Dans une entreprise, les salariés sont invités à répondre à un questionnaire. Les questions se rapportent à leur situation familiale, au nombre de personne à charge, au salaire mensuel perçu, au nombre de jours d'absence pour maladie par an, à leur sexe, à la distance qui sépare l'usine de leur domicile, aux conditions de travail, à leur âge et à leur poids.

1. Déterminer la population étudiée ?  
 La population étudiée : L'ensemble des salariés de l'entreprise
2. Identifier les caractères étudiés ? Préciser la nature de chaque caractère
3. Indiquer deux valeurs ou deux modalités pour chacun de ces caractères ?

Caractère	Nature du caractère	Justification	Modalités
La situation familiale	Qualitatif nominal	Non mesurable dont les modalités ne peuvent être classées	Célibataire, marié
Le nombre de personne à charge	Quantitatif discret	Mesurable dont les modalités prennent des valeurs entières	1, 2
Le salaire mensuel	Quantitatif continu	Mesurable dont les modalités sont classées dans des intervalles	[0-2000[, [2000-4000[* En DH

Le nombre de jours d'absence pour maladie par an	Quantitatif discret	Mesurable dont les modalités prennent des valeurs entières	2 , 3
Le sexe	Qualitatif nominal	Non mesurable dont les modalités ne peuvent être classées	Masculin , Féminin
La distance qui sépare l'usine de leur domicile	Quantitatif continu	Mesurable dont les modalités sont classées dans des intervalles	[0-500[ , [500-1000[ En mètre
Les conditions de travail	Qualitatif Ordinal	Non mesurable dont les modalités peuvent être classées	Bonnes , Mauvaises
L'âge	Quantitatif continu	Mesurable dont les modalités sont classées dans des intervalles	[15-20[ , [20-25[
Le poids	Quantitatif continu	Mesurable dont les modalités sont classées dans des intervalles	[40-50[ , [50-60[ En Kg

### **Exercice n° 2 :**

Une enquête sur le mode de fonctionnement du marché de l'emploi a été effectuée par la direction de la statistique auprès d'un échantillon représentatif de 6000 jeunes dont l'âge est compris entre 13 et 34 ans. Les deux variables retenues par cette enquête sont le milieu (urbain ou rural) et l'activité. Sur l'ensemble de la population étudiée, cette enquête a révélé les résultats suivants :

- L'artisanat occupe 27% de citadins et 11% des ruraux.
- Un jeune sur 5 en ville travaille dans une administration ou dans un établissement public contre deux sur cent jeunes ruraux.
- Les exploitations agricoles emploient 11% des ruraux contre 1% des urbains ;
- 10% des urbains travaillent dans la grande entreprise, contre 1% dans la campagne ;
- La petite et moyenne entreprise emploie 14% des jeunes actifs urbains et 3% des jeunes actifs ruraux.

1. L'enquête effectuée par la direction de la statistique est-elle exhaustive ou partielle ?

L'enquête est partielle, car elle porte sur une partie de la population (échantillon)

2. Déterminer la population étudiée, l'échantillon étudié, et l'individu statistique ?

Population : Tous les jeunes marocains dont l'âge est compris entre 13 et 34 ans

Echantillon : 6000 jeunes marocains dont l'âge est compris entre 13 et 34 ans

Individu statistique : Un jeune marocain dont l'âge est compris entre 13 et 34 ans

3. Quel sont les caractères statistiques étudiés ? Préciser leur nature ?

Caractères :

1<sup>er</sup> caractère : Milieu de résidence : Qualitatif nominal

2<sup>ème</sup> caractère : L'activité : Qualitatif nominal

### Exercice n° 3 :

Pour avoir une idée sur le niveau scientifique des étudiants nouvellement inscrit à la Faculté polydisciplinaire, un groupe de 50 étudiants de première année a été observé selon la mention obtenue aux examens du baccalauréat. Quatre mentions ont été distinguées : (P : Passable, AB : Assez Bien, B : Bien, TB : Très Bien). Cette observation a révélé ce qui suit :

P	P	B	AB	AB	AB	AB	AB	P	AB
AB	P	P	P	AB	B	B	B	TB	P
AB	TB	TB	P	P	P	P	B	AB	AB
P	AB	AB	AB	B	B	P	P	P	P
AB	AB	TB	AB	TB	B	AB	AB	P	P

1. S'agit-il, dans cette étude, d'un recensement ou d'une enquête par sondage ?  
Il s'agit d'une enquête par sondage car elle représente une étude partielle qui porte sur une partie de la population (échantillon)
2. Déterminer la population étudiée, l'échantillon étudié, et l'individu statistique ?
  - Population : Tous les étudiants de première année nouvellement inscrit à la Faculté polydisciplinaire
  - Echantillon : un groupe de 50 étudiants de première année nouvellement inscrit à la Faculté polydisciplinaire
  - Individu statistique : un étudiant de première année nouvellement inscrit à la Faculté polydisciplinaire
3. Quel est le caractère étudié ? Préciser sa nature ?  
La mention obtenue aux examens du baccalauréat  
Caractère qualitatif ordinal
4. Préciser les modalités du caractère étudié ?  
Passable, Assez Bien, Bien, Très Bien

#### **Exercice n° 4 :**

Une étude menée auprès de 200 employés de Cosumar a révélé que 6 personnes sont des cadres supérieurs, 20 des cadres moyens. 75% de l'ensemble des employés sont des ouvriers. Le reste est réparti également entre les techniciens et agents de sécurité.

1. Déterminer la population étudiée et l'individu statistique ?

La population étudiée : Les employés de Cosumar

L'individu statistique : Un employé de Cosumar

2. Quel est le caractère étudié ? Préciser sa nature ?

Le caractère étudié : Grade ou statut professionnel

La nature du caractère : Caractère qualitatif ordinal

3. Le tableau statistique :

#### ***Répartition des employés de Cosumar selon le grade***

<b>Statut ou grade</b>	<b>Effectif</b>
Cadre supérieur	6
Cadres moyen	20
Ouvrier	$75\% \times 200 = 150$
Technicien	12
Agent de sécurité	12
<b>Total</b>	<b>200</b>

#### **Exercice n° 5 :**

Une enquête menée auprès d'un échantillon de ménages a porté sur le nombre d'enfants par ménage. Le résultat de cette enquête est donné par la série d'observations suivante :

1    0    3    4    4    2    3    2    2    3  
3    1    3    1    5    1    5    2    0    0  
3    2    3    4    3    4    3    4    6    3

1. Quel est l'effectif de cet échantillon ?

L'effectif de cet échantillon est :  $N = 30$

2. Déterminer le caractère étudié ? Préciser sa nature ?

Le caractère étudié : Nombre d'enfants par ménage

La nature du caractère : Caractère quantitatif discret (Mesurable et prend des valeurs entières)

3. Le tableau statistique :

#### ***Répartition des ménages selon le nombre d'enfants***

<b>Nombre d'enfants par ménage</b>	<b>Effectif</b>
0	3
1	4
2	5
3	10
4	5
5	2
6	1
<b>Total</b>	<b>30</b>

### Exercice n° 6 :

Une enquête menée auprès de 50 personnes selon leur profession a montré que :

- 5 personnes sont des entrepreneurs ;
- 30% exercent une profession libérale ;
- Le nombre de fonctionnaires est deux fois le nombre des entrepreneurs ;
- Le nombre de personnes restant représente un groupe d'étudiants.

1. Quel est le caractère étudié ? Préciser sa nature ?

Le caractère étudié : La profession

La nature du caractère : Caractère qualitatif nominal

2. Le tableau statistique :

*Répartition des personnes selon la profession*

Nombre d'enfants par ménage	Effectif	Fréquence (%)
Entrepreneur	5	$(5/50) \times 100 = 10$
Profession libérale	15	$(15/50) \times 100 = 30$
Fonctionnaire	10	$(10/50) \times 100 = 20$
Etudiant	20	$(20/50) \times 100 = 40$
<b>Total</b>	<b>50</b>	<b>100</b>

**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**FACULTE POLYDISCIPLINAIRE BENI-MELLAL**  
 FILIERE : SEG - S1 - ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2013/2014  
 TD de Statistique descriptive I  
**SERIE N° 3**

---

**Exercice n° 1 :**

Le tableau ci-après présente la distribution de 80 familles selon le nombre de personnes par ménage :

Nombre de Personnes $X_i$	Effectifs $n_i$	Fréquences (%) $F_i$	Effectifs cumulés croissants $n_iCCr$	Effectifs cumulés décroissants $n_iCdéc$	Fréquence cumulées croissantes $f_iCCr$ (%)	Fréquence cumulées décroissantes $n_iCdéc$ (%)
2	10	12,5	10	80	12,5	100
3	20	25	30	70	37,5	87,5
4	35	43,75	65	50	81,25	62,5
5	10	12,5	75	15	93,75	18,75
6	5	6,25	80	5	100	6,25
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	-	-	-	-

1. Calculer les fréquences ? **cf Tableau**
2. Calculer les effectifs cumulés croissants et les effectifs cumulés décroissants? **cf Tableau**
3. Calculer les fréquences cumulées croissantes et les fréquences cumulées décroissantes ? **cf Tableau**
4. Combien de familles ayant au foyer moins de 5 membres ?  
 Le nombre de familles ayant au foyer moins de 5 membres est l'effectif cumulé croissant correspondant à la valeur 4 ( $<5$ ) : 65
5. Combien de familles ayant au foyer au moins 4 membres ?  
 Le nombre de familles ayant au foyer au moins 4 membres est l'effectif cumulé décroissant correspondant à la valeur 4 ( $\geq 4$ ) : 50
6. Quel est le pourcentage des familles ayant au plus 5 membres ?  
 Le pourcentage des familles ayant au plus 5 membres est la fréquence cumulée croissante correspondant à la valeur 5 ( $\leq 5$ ) : 93,75%
7. Quelle est la proportion des familles ayant plus de 3 membres ?  
 La proportion des familles ayant plus de 3 membres est la fréquence cumulée décroissante correspondant à la valeur 4 ( $>3$ ) : 62,5%

## Exercice n° 2 :

Un échantillon de 200 agriculteurs a été observé selon le nombre d'hectares cultivés. Les résultats de cette étude sont présentés dans le tableau suivant :

Nombre d'hectares cultivés	Nombre d'agriculteurs
Moins de 20	20
[20 - 30[	30
[30 - 40[	40
[40 - 60[	60
[60 - 70[	40
70 et plus	10
<b>Total</b>	<b>200</b>

Nombre d'hectares cultivés $X_i$	Effectifs $N_i$	Fréquences (%) $f_i$	Effectifs cumulés croissants $n_{iCCr}$	Effectifs cumulés décroissants $n_{iCdéc}$	Fréquence cumulées croissantes $f_{iCCr}$ (%)	Fréquence cumulées décroissantes $n_{iCdéc}$ (%)
Moins de 20	20	10	20	200	10	100
[20 - 30[	30	15	50	180	25	90
[30 - 40[	40	20	90	150	45	75
[40 - 60[	60	30	150	110	75	55
[60 - 70[	40	20	190	50	95	25
70 et plus	10	5	200	10	100	5
<b>Total</b>	<b>200</b>	<b>100</b>	-	-	-	-

1. Calculer les fréquences ? **cf Tableau**
2. Calculer les effectifs cumulés croissants et les effectifs cumulés décroissants? **cf Tableau**
3. Calculer les fréquences cumulées croissantes et les fréquences cumulées décroissantes ? **cf Tableau**
4. Quel est le nombre d'agriculteurs qui cultivent moins de 60 hectares ?  
Le nombre d'agriculteurs qui cultivent moins de 60 hectares est l'effectif cumulé croissant correspondant à la classe [40 - 60[ (<60) : 150
5. Quelle est la proportion d'agriculteurs qui cultivent au moins 30 hectares ?  
La proportion d'agriculteurs qui cultivent au moins 30 hectares est la fréquence cumulée décroissante correspondant à la classe [30 - 40[ ( $\geq 30$ ) : 75%
6. Quel est le nombre d'agriculteurs qui cultivent 60 hectares et plus ?  
Le nombre d'agriculteurs qui cultivent 60 hectares et plus est l'effectif cumulé décroissant correspondant à la classe [60 - 70[ ( $\geq 60$ ) : **50**

**Exercice n° 3 :**

On considère les salariés d'une entreprise que l'on classe en fonction du salaire mensuel en dirhams. Les résultats de l'observation figurent dans le tableau ci-dessous :

Tranche de salaire Mensuel en DH	Effectif (n <sub>i</sub> )	Fréquences (f <sub>i</sub> ) %	Fréquences cumulées croissantes (f <sub>i</sub> c↗) %	Fréquences cumulées décroissantes (f <sub>i</sub> c↘) %
[1 500 - 2 000[	n <sub>1</sub> = 24	f <sub>1</sub> = 48	f <sub>1</sub> c↗ = 48	f <sub>1</sub> c↘ = 100
[2 000 - 2 500[	n <sub>2</sub> = 10	f <sub>2</sub> = 20	f <sub>2</sub> c↗ = 68	f <sub>2</sub> c↘ = 52
[2 500 - 3 000[	n <sub>3</sub> = 9	f <sub>3</sub> = 18	f <sub>3</sub> c↗ = 86	f <sub>3</sub> c↘ = 32
[3 000 - 3 500[	n <sub>4</sub> = 4	f <sub>4</sub> = 8	f <sub>4</sub> c↗ = 94	f <sub>4</sub> c↘ = 14
3 500 et plus	n <sub>5</sub> = 3	f <sub>5</sub> = 6	f <sub>5</sub> c↗ = 100	f <sub>5</sub> c↘ = 6
<b>Total</b>	N = 50	Σf <sub>i</sub> =	-	-

**1. Compléter le tableau ?**

On sait que :  $\sum n_i = N$ ,  $\sum f_i = 100$  et  $f_i = n_i/N$

$$f_1c↗ = f_1 \text{ et } f_5c↗ = 100$$

$$f_5c↘ = f_5 \text{ et } f_1c↘ = 100$$

$$f_1c↘ = 100 \quad (1)$$

$$f_5 = 6$$

**Calcul des f<sub>i</sub>**

$$f_1c↘ = f_2c↘ + f_1 \text{ donc } f_1 = f_1c↘ - f_2c↘ \quad \text{AN : } f_1 = 100 - 52 = 48 \quad (2)$$

$$f_2c↘ = f_3c↘ + f_2 \text{ donc } f_2 = f_2c↘ - f_3c↘ \quad \text{AN : } f_2 = 52 - 32 = 20 \quad (3)$$

$$f_2c↗ = f_1c↗ + f_2 \quad \text{AN : } f_2c↗ = 48 + 20 = 68 \quad (4)$$

$$f_3c↗ = f_2c↗ + f_3 \text{ donc } f_3 = f_3c↗ - f_2c↗ \quad \text{AN : } f_3 = 86 - 68 = 18 \quad (5)$$

$$f_5c↗ = f_4c↗ + f_5 \text{ donc } f_4c↗ = f_5c↗ - f_5 \quad \text{AN : } f_4c↗ = 100 - 6 = 94 \quad (6)$$

$$f_4c↗ = f_3c↗ + f_4 \text{ donc } f_4 = f_4c↗ - f_3c↗ \quad \text{AN : } f_4 = 94 - 86 = 8 \quad (7)$$

$$f_4c↘ = f_5c↘ + f_4 \quad \text{AN : } f_4c↘ = 6 + 8 = 14 \quad (8)$$

Calcul de N :

$$f_i = (n_i/N) \times 100 \text{ donc } N = (n_i / f_i) \times 100 \text{ on a } n_1 = 24 \text{ et } f_1 = 48 \text{ donc } N = 2400/48 = 50 \quad (9)$$

**Calcul des n<sub>i</sub>**

$$f_i = (n_i/N) \times 100 \text{ donc : } n_i = (N \times f_i) / 100$$

$$n_2 = (50 \times 20) / 100 = 10$$

$$n_3 = (50 \times 18) / 100 = 9$$

$$n_4 = (50 \times 8) / 100 = 4$$

$$n_5 = (50 \times 6) / 100 = 3$$



Tranche de salaire Mensuel en DH	Effectif ( $n_i$ )	Fréquences ( $f_i$ ) %	Fréquences cumulées croissantes ( $f_{ic\uparrow}$ ) %	Fréquences cumulées décroissantes ( $f_{ic\downarrow}$ ) %
[1 500 - 2 000[	$n_1 = 24$	$f_1 = 48$	$f_{1c\uparrow} = 48$	$f_{1c\downarrow} = 100$
[2 000 - 2 500[	$n_2 = 10$	$f_2 = 20$	$f_{2c\uparrow} = 68$	$f_{2c\downarrow} = 52$
[2 500 - 3 000[	$n_3 = 9$	$f_3 = 18$	$f_{3c\uparrow} = 86$	$f_{3c\downarrow} = 32$
[3 000 - 3 500[	$n_4 = 4$	$f_4 = 8$	$f_{4c\uparrow} = 94$	$f_{4c\downarrow} = 14$
3 500 et plus	$n_5 = 3$	$f_5 = 6$	$f_{5c\uparrow} = 100$	$f_{5c\downarrow} = 6$
<b>Total</b>	<b>N = 50</b>	<b><math>\Sigma f_i = 100</math></b>	-	-

- Donner la signification de la fréquence cumulée décroissante correspondant à la tranche de salaire mensuel 3 500,00 DH et plus ?  
6% des salariés de cette entreprise perçoivent un salaire supérieur ou égal à 3500DH  
Ou 6% des salariés de cette entreprise perçoivent un salaire au moins égal à 3500DH
- Quel est le pourcentage des salariés qui perçoivent un salaire mensuel inférieur à 3000 DH ?  
le pourcentage des salariés qui perçoivent un salaire mensuel inférieur à 3000 DH est la fréquence cumulée croissante correspondant à la classe [2500 – 3000[ (<3000) : 86%
- Quel est le nombre des salariés qui gagnent au moins 2000 DH mensuellement ?  
Le nombre des salariés qui gagnent au moins 2000 DH mensuellement est l'effectif cumulé décroissant correspondant à la classe [2000 – 2500[ ( $\geq 2000$ ) : 26

#### Exercice n° 4 :

Une enquête sur les salariés auprès des responsables d'une entreprise de 240 ouvriers nous a permis de faire les constatations suivantes :

- Le salaire le plus bas est 1 250 DH
- Le salaire le plus élevé est 3000 DH
- 10 ouvriers touchent moins de 1 500 DH (il s'agit d'un  $n_{ic\uparrow}$ )
- 40 ouvriers touchent moins de 1 750 DH (il s'agit d'un  $n_{ic\uparrow}$ )
- 100 ouvriers touchent moins de 2 000 DH (il s'agit d'un  $n_{ic\uparrow}$ )
- 180 ouvriers touchent moins de 2 500 DH (il s'agit d'un  $n_{ic\uparrow}$ )
- 215 ouvriers touchent moins de 2 750 DH (il s'agit d'un  $n_{ic\uparrow}$ )
- 25 ouvriers ont un salaire compris entre 2 750 et 3 000. (il s'agit d'un  $n_i$ )

- Présenter les données de cette enquête dans un tableau statistique ?

Les données de l'exercice sont présentées dans un tableau statistique comme suit :

Tranche de salaire Mensuel en DH	Effectif ( $n_i$ )	Fréquences ( $f_i$ ) %	Effectifs cumulés croissants ( $n_{ic\uparrow}$ ) %	Effectifs cumulés décroissants ( $n_{ic\downarrow}$ ) %	Fréquences cumulées croissantes ( $f_{ic\uparrow}$ ) %	Fréquences cumulées décroissantes ( $f_{ic\downarrow}$ ) %
[1250 – 1500[			10			
[1500 – 1750[			40			
[1750 – 2000[			100			
[2000 – 2500[			180			
[1500 – 2750[			215			
[2750 – 3000[	25					
<b>Total</b>	<b>240</b>					

Maintenant, on complète le tableau

<b>Tranche de salaire Mensuel en DH</b>	Effectif ( $n_i$ )	Fréquences ( $f_i$ ) %	Effectifs cumulés croissants ( $n_{i\uparrow}$ ) %	Effectifs cumulés décroissants ( $n_{i\downarrow}$ ) %	Fréquences cumulées croissantes ( $f_{i\uparrow}$ ) %	Fréquences cumulées décroissantes ( $f_{i\downarrow}$ ) %
[1250 – 1500[	10	4,16	10	240	4,16	99,99
[1500 – 1750[	30	12,50	40	230	16,66	95,83
[1750 – 2000[	60	25,00	100	200	41,66	83,33
[2000 – 2500[	80	33,33	180	140	74,99	58,33
[1500 – 2750[	35	14,58	215	60	89,58	25,00
[2750 – 3000[	25	10,42	240	25	99,99	10,42
<b>Total</b>	<b>240</b>	<b>100</b>	-	-	-	-

2. Calculer les effectifs et les effectifs cumulés croissants et décroissants ? **cf Tableau**

3. Calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes et décroissantes ? **cf Tableau**

**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**FACULTE POLYDISCIPLINAIRE BENI-MELLAL**  
 FILIERE : SEG - S1 - ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2013/2014  
 TD de Statistique descriptive I  
 SERIE N° 4

**Exercice n° 1 :**

Un groupe de 50 personnes candidats aux élections a été observé selon le niveau d'instruction. Les résultats de cette observation sont présentés dans le tableau suivant :

Niveau d'instruction	Effectif
Sans	8
Primaire	19
Secondaire	18
Supérieur	5

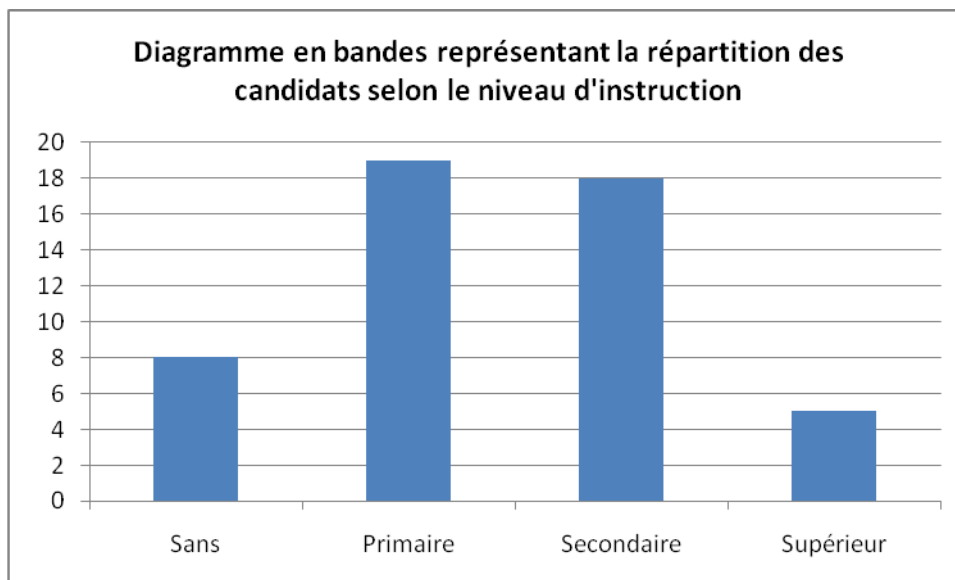
1. Donner trois types de présentation graphique possibles ?

Le caractère étudié est le niveau d'instruction. Il s'agit d'un caractère qualitatif ;

Trois types de représentation graphique possibles :

- Diagramme en bandes (ou en tuyaux d'orgue)
- Diagramme circulaire (ou en secteurs)
- Diagramme semi-circulaire

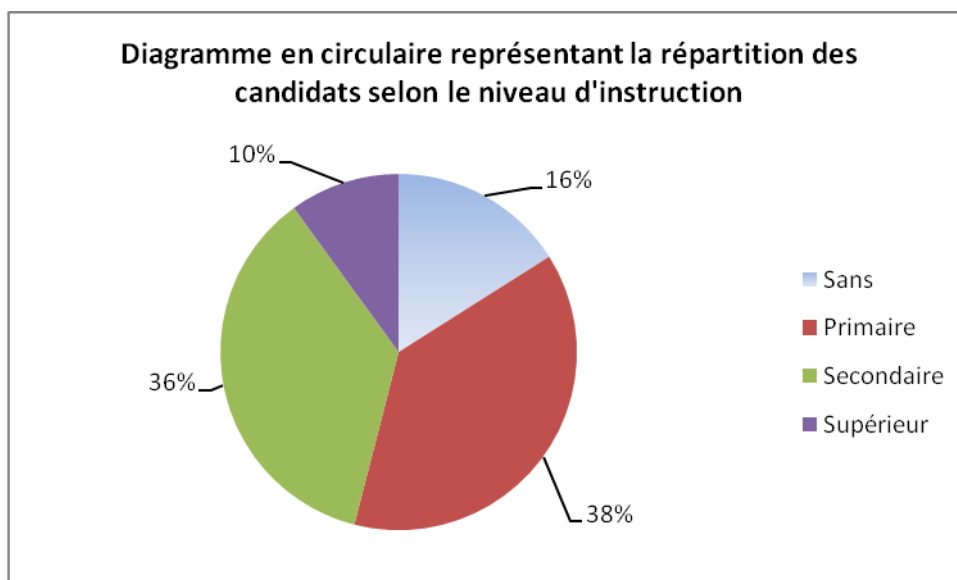
**Diagramme en bandes (ou en tuyaux d'orgue)**



**Diagramme circulaire (ou en secteurs) :** on calcule le degré de chaque angle :

$$A_i = (n_i/N) \times 360 = (f_i / 100) \times 360$$

Niveau d'instruction	Effectif $n_i$	Fréquences $f_i$	Degré de l'angle 360° ( $A_i$ )
Sans	8	26%	57,6
Primaire	19	38%	136,8
Secondaire	18	36%	129,6
Supérieur	5	10%	36
Total	50	100%	360



**Diagramme semi-circulaire :**  $A_i = (n_i/N) \times 180 = (f_i / 100) \times 180$

Niveau d'instruction	Effectif $n_i$	Fréquences $f_i$	Degré de l'angle $180^\circ (A_i)$
Sans	8	16%	28,8
Primaire	19	38%	68,4
Secondaire	18	36%	64,8
Supérieur	5	10%	18
Total	50	100%	180

**Exercice n° 2 :**

Afin de mettre en place une politique de la gestion des ressources humaines tenant compte des différences culturelles, un cabinet spécialisé dans ce domaine a mené une étude auprès d'une grande entreprise internationale selon la nationalité des employés.

Les résultats de cette étude sont présentés dans le tableau ci-dessous :

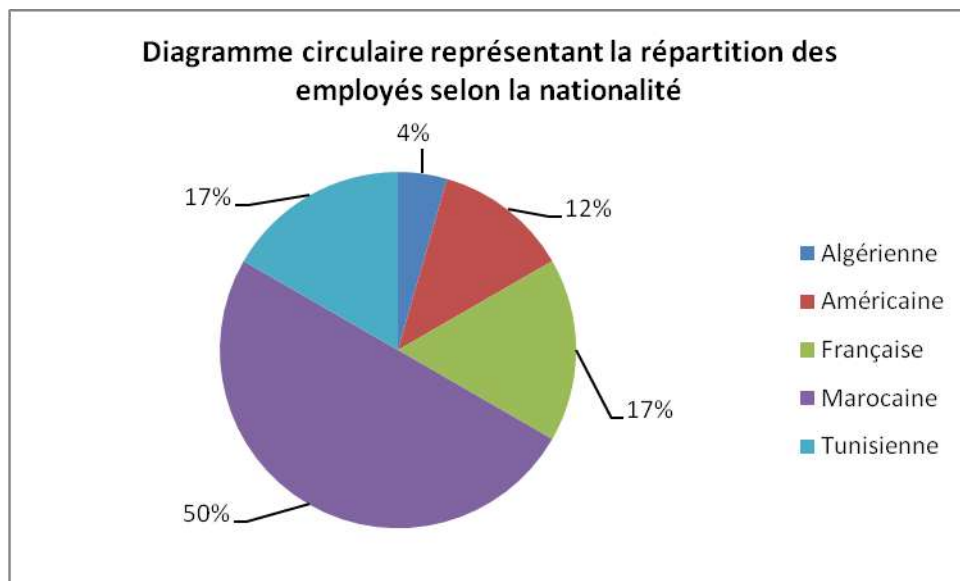
Nationalité	Effectif
Algérienne	4
Américaine	11
Française	15
Marocaine	45
Tunisienne	15

1. Calculer les pourcentages que présente chaque nationalité?

Nationalité	Effectif	$f_i$ (%)	Degré de l'angle 360° ( $A_i$ )
Algérienne	4	4,44	16
Américaine	11	12,22	44
Française	15	16,66	60
Marocaine	45	50	180
Tunisienne	15	16,66	60
Total	90	100	360

2. Donner la représentation graphique de cette distribution ?

Diagramme circulaire



**Exercice n° 3 :**

résultats de cette étude sont présentés dans le tableau suivant :

Nombre de personnes	Effectif
4	5
5	15
6	45
7	35
8	20

1. Calculer les fréquences ?

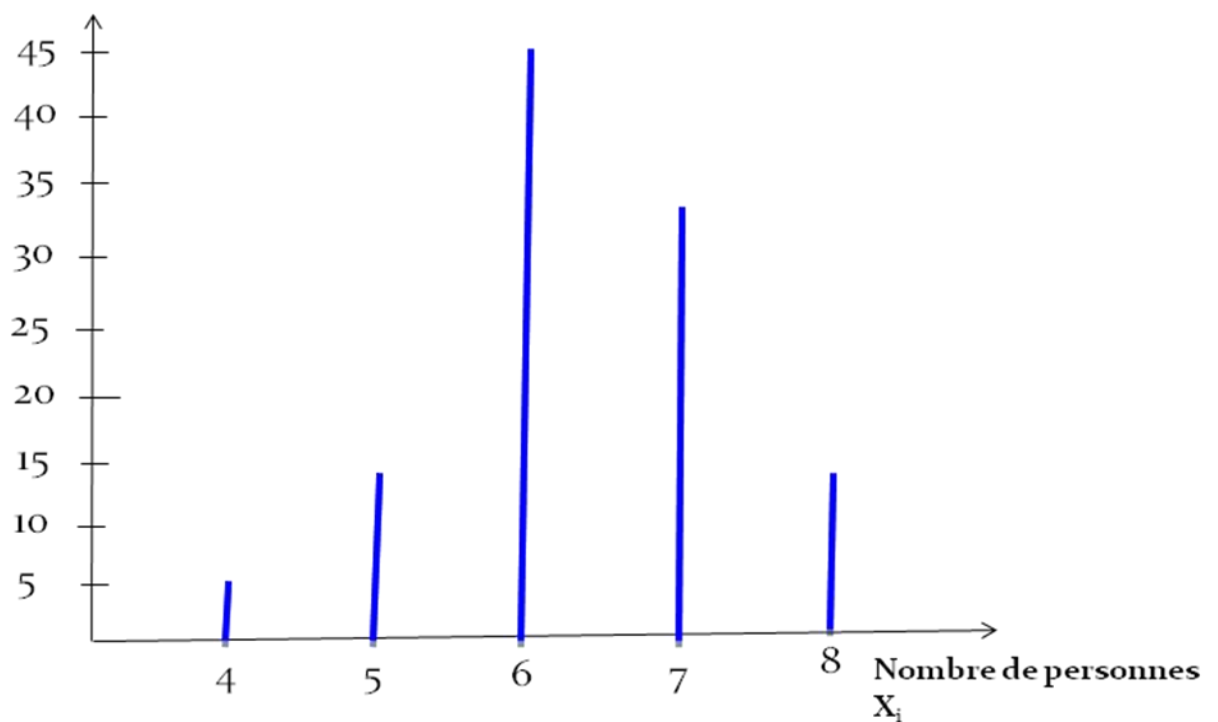
Nombre de personnes	Effectif	Fi (%)
4	5	4,16
5	15	12,5
6	45	37,5
7	35	29,17
8	20	16,67
Total	120	100

2. Donner la représentation graphique adéquate ?

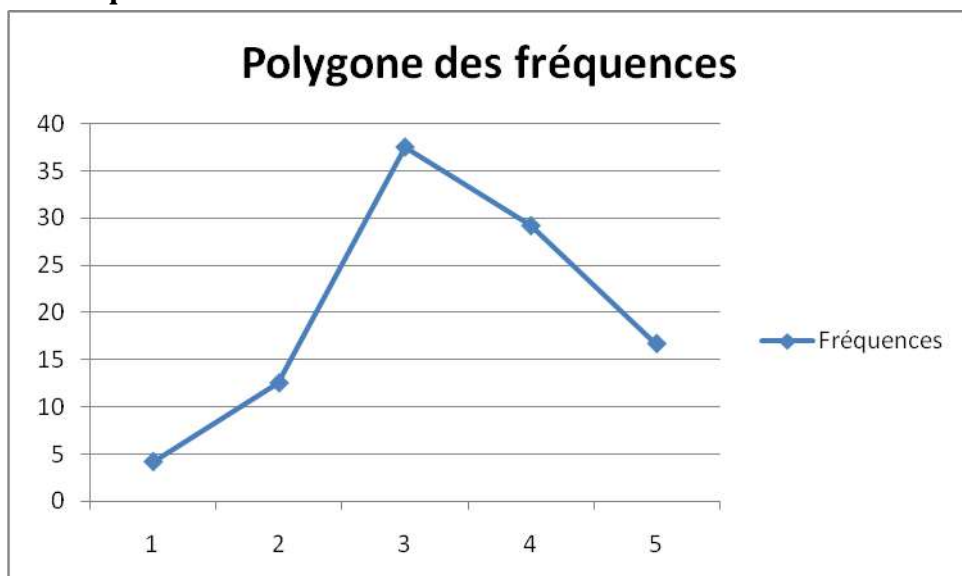
3. Il s'agit d'un caractère quantitatif discret, donc diagramme en bâtons ou polygone de fréquences

### Graphique en bâtons

Nombre de ménages ( $n_i$ )



### Polygone des fréquences

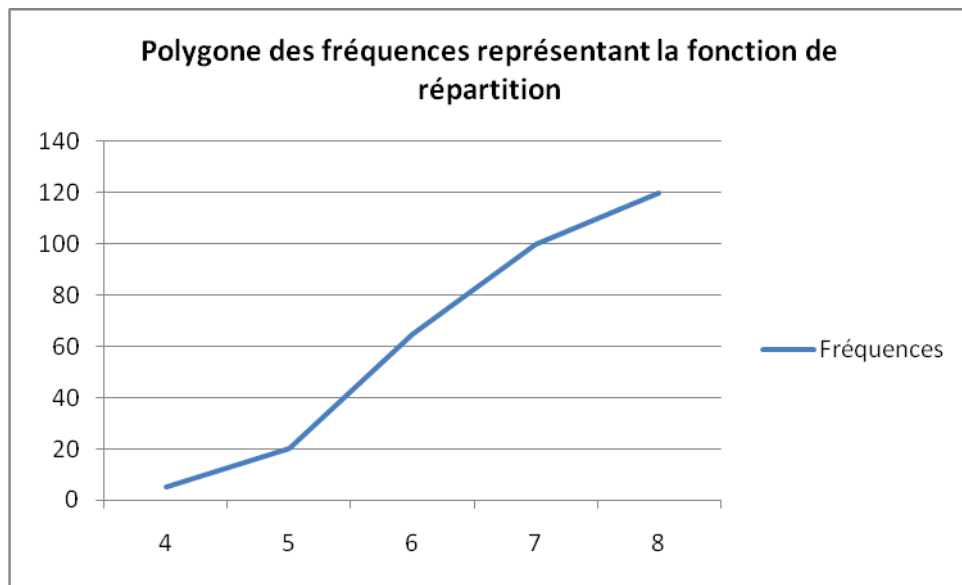


4. Donner la représentation graphique de la fonction de répartition ?

La fonction de répartition est la fonction qui associe à chaque valeur  $X_i$  l'effectif cumulé croissants ou la fréquence cumulée croissante lui correspondant.

Dans le cas d'un caractère quantitatif discret, la fonction de répartition est représentée par une courbe cumulative.

Nombre de personnes	Effectif	Effectifs cumulés croissants
4	5	5
5	15	20
6	45	65
7	35	100
8	20	120
Total	120	-



**Exercice n° 4 :**

Un groupe de 80 personnes a participé à une manifestation sportive organisée par l'université Sultan Moulay Slimane :

60% de ces dernières ont gagné moins de 100 DH (**fréquence cumulée**)

10% de ces dernières ont gagné entre 150 et 200 DH (**fréquence**)

22,50% ont gagné moins de 50 DH (**fréquence cumulée**)

1. Présenter les données de cette enquête dans un tableau statistique ?

Les données sont des fréquences cumulées croissantes

Classes	Effectif	Fréquences	Fréquences cumulées croissantes
[0- 50[			22,5
[50 - 100[			60
[100 - 150[			
[150 - 200[	10		
<b>Total</b>			

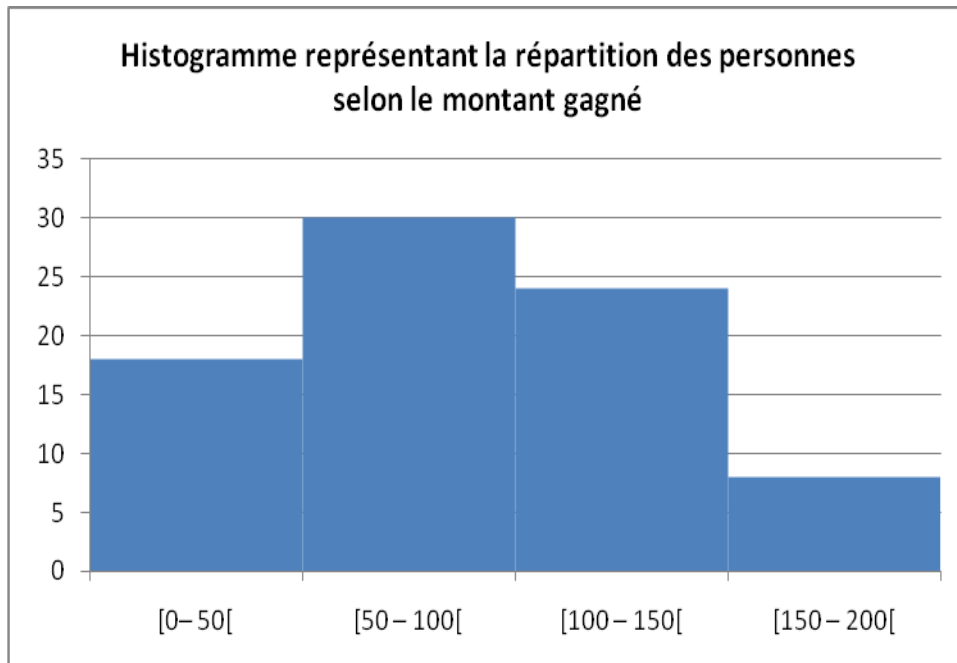
A partir des fréquences cumulées croissantes, on peut calculer les fréquences  $f_i = f_i - f_{i-1}$   
 Et à partir des fréquences, on peut calculer les effectifs lorsqu'on a l'effectif total de la population étudiée.  $f_i = (n_i/N) \times 100$  donc,  $n_i = (f_i \times N) / 100$

Classes	Effectif	Fréquences	Fréquences cumulées croissantes
[0- 50[	18	22,5	22,5
[50 - 100[	30	37,5	60
[100 - 150[	24	30	90
[150 - 200[	8	10	100
<b>Total</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	

2. Donner la représentation graphique appropriée ?

Caractère quantitatif continu, Histogramme

Les classes ont la même amplitude





### Exercice n° 5 :

Le tableau suivant donne la répartition de 100 joueurs de foot ball selon le poids :

Poids (en Kg)	Effectif
[65 - 70[	15
[70 - 75[	25
[75 - 85[	30
[85 - 90[	20
[90 - 95[	10

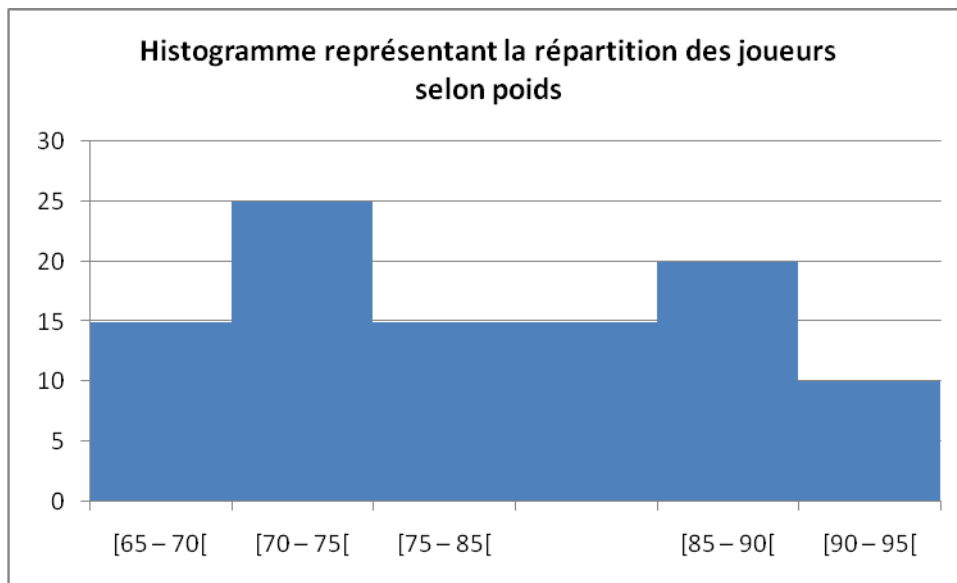
1. Donner la représentation graphique adéquate ?

Caractère quantitatif continu, Histogramme

Les classes n'ont pas la même amplitude, il faut corriger les effectifs

Coefficient de correction =  $a_u/a_i$

Poids (en Kg)	Effectif	Amplitude $a_i$	Coefficient de correction	Effectifs corrigés
[65 - 70[	15	5	1	15
[70 - 75[	25	5	1	25
[75 - 85[	30	10	$\frac{1}{2}$	15
[85 - 90[	20	5	1	20
[90 - 95[	10	5	1	10



2. Calculer les fréquences cumulées croissantes ?

Poids (en Kg)	Effectif	Amplitude ai	Coefficient de correction	Effectifs corrigés	Fréquences cumulées croissantes	Fréquences cumulées croissant
[65 - 70[	15	5	1	15	15%	15%
[70 - 75[	25	5	1	25	25%	40%
[75 - 85[	30	10	1/2	15	30%	70%
[85 - 90[	20	5	1	20	20%	90%
[90 - 95[	10	5	1	10	10%	100%
<b>Total</b>	<b>100</b>				<b>100%</b>	

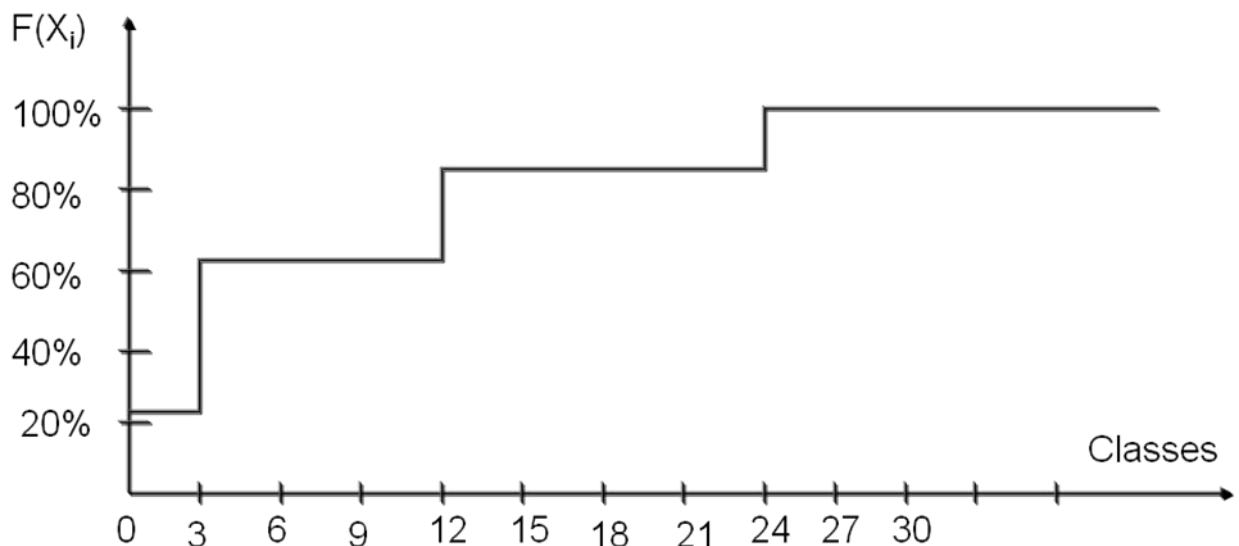
3. Donner la représentation graphique de la fonction de répartition ?

La fonction de répartition est la fonction qui associe à chaque valeur  $X_i$  l'effectif cumulé croissants ou la fréquence cumulée croissante lui correspondant.

Dans le cas d'un caractère quantitatif continu, la fonction de répartition est représentée par un polygone de fréquences ou un diagramme en escaliers

Exemple :

Diagramme en escalier représentant la fonction de répartition



**Exercice n° 6 :**

Une étude portée sur 70 entreprises industrielles selon le chiffre d'affaires a donné les résultats suivants :

CA en KDH	Nombre d'entreprises
Moins de 100	6
[100-200[	10
[200-400[	34
[400-500[	14
[500-600[	6

1. Combien d'entreprises qui gagnent au moins 400 KDH ?  $\geq 400$

Il faut calculer les effectifs cumulés décroissants

CA en KDH	Nombre d'entreprises	effectifs cumulés décroissants	Fréquences	Fréquences cumulées décroissantes
Moins de 100	6	70	8,57	100
[100-200[	10	64	14,24	91,42
[200-400[	34	54	48,57	77,14
[400-500[	14	20	20	28,57
[500-600[	6	6	8,57	8,57
<b>Total</b>	<b>70</b>		<b>100</b>	

20 entreprises

2. Quel est le pourcentage des entreprises qui gagnent un CA supérieur ou égale à 200 KDH ?  
Il faut calculer les fréquences cumulées décroissantes (voir tableau)

77,14%

3. Donner la représentation graphique adéquate ?

Caractère quantitatif continu, Histogramme

Les classes n'ont pas la même amplitude, il faut corriger les effectifs

Coefficient de correction  $C_i = a_u/a_i$

4. Tracer la courbe cumulative (la fonction de répartition) ?

On calcule les effectifs cumulés croissants ou les fréquences cumulées croissantes

Dans le cas d'un caractère quantitatif continu, la fonction de répartition est représentée par un polygone de fréquences ou un diagramme en escaliers

**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**FACULTE POLYDISCIPLINAIRE BENI-MELLAL**  
 FILIERE : SEG - S1 - ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2013/2014  
 TD de Statistique descriptive I  
 SERIE N° 5

---

**Exercice n° 1 :**

Un groupe de 10 étudiants de première année Sciences Economiques a été interrogé selon la note obtenue aux examens de la matière de Statistique S1. Cette observation révèle ce qui suit :

07    16    12    13    10,5    09    14,5    15    13    11

1. Déterminer et interpréter le mode?

13 est la note qui se répète le plus grand nombre de fois.

13 est la note qui correspond à l'effectif le plus élevé,

13 est la note modale :  $M_o = 13$

**Interprétation**

La plupart des étudiants étudiés ont eu 13 en statistique.

2. Déterminer et interpréter la médiane?

Il faut d'abord classer les observations dans un ordre croissant

07    09    10,5    11    12    13    13    14,5    15    16

On a 10 observations : N est pair, donc la médiane est la moyenne de l'observation numéro  $N/2 = 5$  et l'observation numéro  $(N/2)+1 = 6$

L'observation numéro 5 est 12, l'observation numéro 6 est 13

$Me = 12,5$

La moitié des étudiants ont eu une note inférieure à 12,5, l'autre moitié ont eu une note supérieure à 12,5.

3. Quelle est la note moyenne du groupe ?

La moyenne arithmétique simple est donnée par la formule suivante :  $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N}$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+9+10,5+11+12+13+13+14,5+15+16}{10} = \frac{121}{10} = 12,10$$

En moyenne, chaque étudiant a eu une note de 12,10 en statistique.

**Exercice n° 2 :**

Pour déterminer la médiane, il faut calculer les effectifs cumulés croissants  $n_i$   $\nearrow$

Pour calculer la moyenne, il faut calculer les  $n_i x_i$

Tous les calculs doivent être récapitulés dans un seul tableau :

Nombre de personnes $x_i$	Effectif $n_i$	Effectifs cumulés Croissants $n_i$ $\nearrow$	$n_i x_i$
4	5	5	20
5	15	20	75
6	45	65	270
7	35	100	245
8	20	120	160
<b>Total</b>	<b>120</b>	-	<b>770</b>

1. Déterminer et interpréter le mode?

6 est la valeur qui correspond à l'effectif le plus grand : Mo =6

La plupart des ménages sont constitués de 6 personnes.

2. Déterminer et interpréter la médiane?

Pour déterminer la médiane, il faut calculer les effectifs cumulés croissants :

La médiane est la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif cumulé croissant N/2.

$$N/2=60$$

60 se trouve entre 20 et 65, on retient la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif cumulé croissant de la ligne basse c-à-d : 6 (l'observation n° 60 est 6 et N°61 est 6 )

$$Me=6$$

La moitié des ménages sont constitués d'un nombre de personnes inférieur à 6, l'autre moitié sont constitués d'un nombre de personnes supérieur à 6.

3. Quel est le nombre de personnes moyen par ménage ? (il convient de donner un nombre approximatif tenant compte de l'arrondissement du résultat)?

La moyenne arithmétique pondérée est donnée par la formule suivante :  $\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$

Dans ce cas, on doit calculer dans le tableau les  $n_i x_i$  (voir tableau)

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{770}{120} = 6,42 \cong 6$$

En moyenne, chaque ménage est constitué de 6 personnes.

**Exercice n° 3 :**

Pour déterminer le mode, il faut corriger les effectifs car les classes n'ont pas la même amplitude

Pour déterminer la médiane, il faut calculer les effectifs cumulés croissants  $n_i \nearrow$

Pour calculer la moyenne, il faut calculer les  $C_i$  et les  $n_i C_i$

Tous les calculs doivent être récapitulés dans un seul tableau :

CA en KDH	$C_i$	$n_i$	$n_i C_i$	$n_i \nearrow$	ai	Coef Corr	$n_i$ corrigés
[0 - 100[	50	9	450	9	100	1	9
[100-200[	150	12	1800	21	100	1	12
[200-400[	300	26	7800	47	200	1/2	13
[400-500[	450	14	6300	61	100	1	14
[500-600[	550	11	6050	72	100	1	11
<b>Total</b>	-	<b>72</b>	<b>22 400</b>	-	-	-	-

1. Déterminer et interpréter le mode?

La classe modale est la classe qui correspond à l'effectif corrigé le plus grand :

L'effectif corrigé le plus grand est 14, donc la classe modale est : [400-500[

Le mode est le centre de cette classe : Mo=450

La plupart des entreprises ont réalisé un chiffre d'affaires de 450 KDH

2. Déterminer et interpréter la médiane?

La classe médiane est la classe qui correspond à l'effectif cumulé croissant N/2

$$N/2=36$$

36 se trouve entre les  $n_i \nearrow$  21 et 47, la classe médiane est la classe [200-400]

En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{36-21}{47-21} = \frac{M_e - 200}{400-200} \quad M_e = 200 + (400-200) \frac{36-21}{47-21} \quad M_e = 315,38$$

50% des entreprises ont réalisé un CA inférieur à 315,38 KDH, et 50% ont réalisé un CA supérieur à 315,38 KDH.

3. Quel est le CA maximum (x) des 25% premières entreprises ?

Le CA maximum des 25% premières entreprises est le premier quartile  $Q_1$  ( $X = Q_1$ )

Le premier quartile  $Q_1$  est la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif cumulé croissant  $N/4$

$$N/4 = 18$$

18 se trouve entre les  $n_i \nearrow 9$  et 21,  $Q_1$  appartient à la classe [100-200]

En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{18-9}{21-9} = \frac{Q_1 - 100}{200-100} \quad Q_1 = 100 + (200-100) \frac{18-9}{21-9} \quad Q_1 = 175$$

**25% des entreprises ont un chiffre d'affaires inférieur à 175 KDH**, et 75% des entreprises ont un chiffre d'affaires supérieur à 175 KDH

4. Quel est le CA minimum (y) des 25% entreprises qui réalisent un CA élevé ?

Le CA minimum des 25% entreprises qui réalisent un CA élevé est le troisième quartile  $Q_3$  ( $Y = Q_3$ )

Le troisième quartile  $Q_3$  est la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif cumulé croissant  $3N/4$

$$3N/4 = 54$$

54 se trouve entre 47 et 61

$Q_3$  appartient à la classe [400-500]

En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{54-47}{61-47} = \frac{Q_3 - 400}{500-400} \quad Q_3 = 400 + (500-400) \frac{54-47}{61-47} \quad Q_3 = 450$$

75% des entreprises ont un chiffre d'affaires inférieur à 450 KDH, et **25% des entreprises ont un chiffre d'affaires supérieur à 450 KDH**

5. En déduire le pourcentage des entreprises qui réalisent un CA compris entre les deux valeurs X et Y ?

$$X = Q_1 \quad \text{et} \quad Y = Q_3$$

Le pourcentage des entreprises qui réalisent un CA compris entre les deux valeurs X et Y est 50%.

Il s'agit de l'intervalle interquartile [ $Q_1, Q_3$ ] qui contient 50% des observations.

6. Quel est le CA minimum des 10% d'entreprises qui réalisent un CA élevé ?

Le CA minimum des 10% d'entreprises qui réalisent un CA élevé est le neuvième décile  $D_9$

Le neuvième décile  $D_9$  est la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif cumulé croissant  $9N/10$

$$9N/10 = 64,80$$

64,80 se trouve entre 61 et 72

$D_9$  appartient à la classe [500-600]

En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{64,8-61}{72-61} = \frac{D_9-500}{600-500} \quad D_9 = 500 + (600-500) \frac{64,8-61}{72-61} \quad D_9 = 534,545$$

90% des entreprises ont un chiffre d'affaires inférieur à 534,545KDH, et **10% des entreprises ont un chiffre d'affaires supérieur à 534,545 KDH**

7. Déterminer et interpréter le CA moyen?

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{22400}{72} = 311,111$$

En moyenne, chaque entreprise a réalisé un chiffre d'affaire de 311,111 KDH.

#### **Exercice n° 4 :**

Dix pièces de monnaie circulaires ont pour rayon : 2 cm pour les 4 premières ; 2,3 cm pour les 3 suivantes ; et 2,8 cm pour les 3 dernières

1. Quelle est la mesure du rayon moyen des 10 pièces ? Préciser la moyenne utilisée?

Si on utilise la moyenne arithmétique, on trouve :

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{(2 \times 4) + (2,3 \times 3) + (2,8 \times 3)}{10} = 2,33$$

2. Quelle serait la mesure du rayon d'une pièce dont la surface serait la surface moyenne des 10 pièces ? De quelle moyenne s'agit-il ?

Rayon $r_i$ (en cm)	$n_i$	Surface $S_i = \pi r_i^2$	$n_i \pi r_i^2$
2	4	12,56	50,24
2,3	3	16,61	49,83
2,8	3	24,63	73,89
<b>Total</b>	<b>72</b>	<b>53,80</b>	<b>173,96</b>

$$\bar{S} = \frac{\sum n_i s_i}{N} = \frac{173,96}{10} = 17,396$$

Or, on sait que  $S = \pi r^2$

Donc,  $r =$

$$S = \pi r^2 \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad \bar{r} = \sqrt{\frac{\bar{S}}{\pi}} = \frac{17,396}{3,14} = 2,36$$

En passant par les surfaces des disques, on calcule la surface moyenne, puis on calcule le rayon de cette surface moyenne, on trouve 2,36

Pour connaître le type de moyenne utilisée, il faut exprimer le rayon de la surface moyenne en fonction des rayons des dix pièces circulaire :

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{\bar{S}}{\pi}} = \sqrt{\frac{\frac{\sum n_i s_i}{N}}{\pi}} = \sqrt{\frac{\sum n_i \pi r_i^2}{N \pi}} = \sqrt{\frac{\sum n_i r_i^2}{N}}$$

On reconnaît la formule de la moyenne quadratique :  $Q = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N}}$

En passant par les surfaces des disques, le rayon de cette surface moyenne est la moyenne quadratique des rayons des dix pièces circulaires et non pas la moyenne arithmétique.

### Exercice n° 5 :

Une voiture roule pendant 4 heures à 90 km/h et pendant 6 heures à 100 km/h.

1. Quelle est sa vitesse moyenne ?

La vitesse est donnée par la formule suivante :  $V = \frac{Distance}{Temps} = \frac{D}{t}$

Pour calculer une vitesse, il faut toujours chercher la **distance totale** (somme de toutes les distances  $d_i$ ) et le **temps total** (somme de tous les temps  $t_i$ ) nécessaire pour parcourir cette distance totale.

La même formule de base permet de calculer les  $d_i$  et les  $t_i$  :  $d_i = v_i \times t_i$  et  $t_i = \frac{d_i}{v_i}$

-Pendant 4 heures à 90 km/h, la voiture parcourt une distance  $d_1$  en un temps  $t_1$  avec :

$$t_1=4h$$

$$d_1=V_1 \times t_1=90 \times 4=360$$

-Pendant 6 heures à 100 km/h, la voiture parcourt une distance  $d_2$  en un temps  $t_2$  avec :

$$t_2=6h$$

$$d_2=V_2 \times t_2=100 \times 6=600$$

Par conséquent :  $D= d_1+ d_2=360+600=960$

$$t= t_1 + t_2=4+6=10$$

$$V = \frac{Distance}{Temps} = \frac{D}{t} = \frac{960}{10} = 96km/h$$

2. De quelle moyenne s'agit-il ?

Pour connaître le type de moyenne utilisée, il faut exprimer la vitesse moyenne en fonction des vitesses :

$$V = \frac{Distance}{Temps} = \frac{D}{t} = \frac{\sum d_i}{\sum t_i} = \frac{\sum d_i}{\sum \frac{d_i}{V_i}}$$

On reconnaît la formule de la moyenne harmonique des vitesses pondérées par les distances :

$$\bar{H} = \frac{N}{\sum n_i x_i}$$

### Exercice n° 6 : (même exercice)

Un train parcourt une distance de 300 km à une vitesse de 100 km/h et une deuxième distance de 500 km à une vitesse de 150 km/h.

1. Quelle est la vitesse moyenne du train ?
2. Préciser la moyenne utilisée ?

### Exercice n° 7 :

Un investisseur place dans une banque de la région une somme d'argent de 2000 dirhams dans un compte dépôt à terme pour six ans avec les taux respectifs suivants :

<b>Années après le placement</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Taux en %</b>	10	10	10	10,5	9,5	9,5

1. Déterminer le taux moyen sur la période en utilisant :

$t_i$ (en %)	$n_i$	$n_i t_i$	$1/t_i$	$n_i \times 1/t_i$	$t_i^2$	$n_i t_i^2$	$(t_i)^{n_i}$
--------------	-------	-----------	---------	--------------------	---------	-------------	---------------



9,5	2	19	0,105	0,210	90,25	180,5	90,25
10	3	30	0,1	0,3	100	300	1000
10,5	1	10,5	0,095	0,095	110,25	110,25	10,5
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>59,5</b>	-	<b>0,605</b>	<b>300,5</b>	<b>590,75</b>	<b>947625</b>

a. la moyenne arithmétique

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i t_i}{N} = \frac{59,5}{6} = 9,916$$

b. la moyenne harmonique

$$\bar{H} = \frac{N}{\sum n_i \frac{1}{x_i}} = \frac{6}{0,605} = 9,917$$

c. la moyenne géométrique

$$G = \sqrt[n]{\prod x_i^{n_i}} = \sqrt[6]{947625} = 9,911$$

d. la moyenne quadratique

$$Q = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{590,75}{6}} = 9,922$$

2. Comparer ces différentes moyennes et dites quelle est moyenne à retenir pour ce cas ? Justifier votre réponse?

$$H < G < X < Q$$

Pour connaître le type de moyenne utilisée, il faut exprimer le taux moyen T en fonction des différents taux annuels  $t_i$  :

A	Montant au début de l'année	Valeur du placement à la fin de l'année
1	2000	2000(1+0,1)
2	2000(1+0,1)	2000(1+0,1) (1+0,1)
3	2000(1+0,1) (1+0,1)	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1)
4	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1)	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105)
5	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105)	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095)
6	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095)	2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095) (1+0,095)

Le taux d'intérêt moyen T est un taux constant tel que si on place la somme de 2000 pendant 6 ans à ce même taux constant, la valeur du placement à la fin de la 6<sup>ème</sup> année sera égale à la même valeur trouvée en appliquant des taux d'intérêt différents au cours des 6 années.

Par conséquent :

$$2000(1+T) (1+T) (1+T) (1+T) (1+T) (1+T) = 2000(1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095) (1+0,095)$$

$$(1+T) (1+T) (1+T) (1+T) (1+T) (1+T) = (1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095) (1+0,095)$$

$$(1+T)^6 = (1+0,1) (1+0,1) (1+0,1) (1+0,105) (1+0,095) (1+0,095)$$

$$(1+T) = \sqrt[6]{(1+0,1)(1+0,1)(1+0,1)(1+0,105)(1+0,095)(1+0,095)}$$

$$(1+T) = \sqrt[6]{(1+0,1)^3 (1+0,105)(1+0,095)^2}$$

Ainsi, on reconnaît la formule de la moyenne géométrique :  $G = \sqrt[n]{\prod_1^n x_i}$

**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**FACULTE POLYDISCIPLINAIRE BENI-MELLAL**  
 FILIERE : SEG - S1 - ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2013/2014  
**TD de Statistique descriptive I**  
**SERIE N° 6**

---

**Exercice n° 1 :**

Un groupe de 10 étudiants de première année Sciences Economiques a été interrogé selon la note obtenue aux examens de la matière de Statistique S1. Cette observation révèle ce qui suit :

$x_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$n_i  x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
7	1	7	5,1	5,1	26,01	26,01
9	1	9	3,1	3,1	9,61	9,61
10,5	1	10,5	1,6	1,6	2,56	2,56
11	1	11	1,1	1,1	1,21	1,21
12	1	12	0,1	0,1	0,01	0,01
13	2	26	0,9	1,8	0,81	1,62
14,5	1	14,5	2,4	2,4	5,76	5,76
15	1	15	2,9	2,9	8,41	8,41
16	1	16	3,9	3,9	15,21	15,21
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>121</b>	-	<b>22</b>	-	<b>70,40</b>

1. Calculer l'écart absolu moyen ?

$$E_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{121}{10} = 12,1$$

$$E_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{N} = 2,20$$

En moyenne, la note de chaque étudiant s'écarte de la note moyenne de 2,20.

2. Déterminer la variance ?

$$V(x) = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = 7,04$$

La dispersion des notes des étudiants par rapport à la note moyenne est de l'ordre de 7,04.

3. En déduire l'écart type ? Interpréter ?

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 2,65$$

En moyenne, la note de chaque étudiant s'écarte de la note moyenne de 2,65.

## Exercice n° 2 :

Une étude portée sur 50 entreprises industrielles selon le chiffre d'affaires a donné les résultats suivants :

CA en KDH	$x_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$n_i C^{\nearrow}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
[40 - 100[	70	4	280	4	182,8	15079,84	133663,36
[100 -160[	130	12	1560	16	122,8	1075,84	180958,08
[160 -280[	220	16	3520	32	32,8	11491,84	17213,44
[280 -400[	340	10	3400	42	107,2	42931,84	114918,4
[400 -520[	460	8	3680	50	207,2	15079,84	343454,72
<b>Total</b>	-	<b>50</b>	<b>12440</b>	-	-	-	<b>790208</b>

1. Déterminer le chiffre d'affaires moyen ? Interpréter ?

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{12440}{50} = 248,8$$

En moyenne, chaque entreprise réalise un chiffre d'affaires de 248,8 KDH.

2. Déterminer l'étendue de cette distribution ?

$$520 - 40 = 480$$

3. Déterminer l'intervalle interquartile. Interpréter ?

$$n_i C^{\nearrow}(Q_1) = N/4 = 50/4 = 12,5 \quad Q_1 = 142,5$$

$$n_i C^{\nearrow}(Q_3) = 3N/4 = 150/4 = 37,5 \quad Q_3 = 346$$

$$\text{L'écart interquartile : } EIQ = Q_3 - Q_1 = 346 - 142,5 = 203,5$$

50% des entreprises ont une différence entre les chiffres d'affaires au plus égale à 203,5.

4. Calculer et interpréter l'écart-type de cette distribution ?

$$V(x) = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = 15804,16 \quad \sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 125,71$$

En moyenne, les CA des entreprises s'écartent du CA moyen de toutes les entreprises de 125,71 KDH.

5. On suppose que ces entreprises doivent payer une taxe (T) constituée d'une taxe variable d'exploitation (TE) de l'ordre de 10% du chiffre d'affaires et d'une taxe fixe (TF) de 5 KDH :

Soit T la taxe payée par chaque entreprise,

$$T = 0,1x + 5$$

- 5.1. Calculer le montant total de la taxe à payer par l'ensemble des entreprises ?

$$\bar{T} = \frac{\sum n_i T_i}{N} \quad \sum n_i T_i = N \times \bar{T} \quad \text{il faut d'abord calculer } \bar{T}$$

- 5.2. Quel est le montant moyen de la taxe que versera chaque entreprise ?

$$\bar{T} = 0,1\bar{X} + 5 = 0,1 \times 248,8 + 5 = 29,88$$

$$\text{Par conséquent, } \sum n_i T_i = N \times \bar{T} = 50 \times 29,88 = 1494,0$$

En moyenne, chaque entreprise paie une taxe de 29,88 KDH.

- 5.3. Déterminer et interpréter l'écart type de cette nouvelle variable "Taxe (T)" ?

$$\sigma(T) = 0,1 \times \sigma(x) = 0,1 \times 125,71 = 12,571$$

En moyenne, les taxes payées par les entreprises s'écartent de la taxe moyenne moyen de 12,571 KDH.

### Exercice n° 3 : (même exercice)

Une entreprise agro-alimentaire a été observée selon le salaire horaire des employés toutes catégories confondues. Le tableau ci-dessous présente le résultat de cette observation :

Salaire horaire en	$x_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$n_i C^{\nearrow}$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i(x_i - \bar{x})^2$
[8 -12[	10	10	100				
[12 -14[	13	40	520				
[14 -16[	15	30	450				
[16 -20[	18	14	252				
[20 - ? [	$\frac{(20+b)}{2}$	6	$6 \times \frac{(20+b)}{2}$				
<b>Total</b>	-	<b>100</b>	<b><math>1322 + 6 \times \frac{(20+b)}{2}</math></b>	-	-	-	

- Déterminer l'étendue de cette distribution sachant que le salaire horaire moyen est de l'ordre de 14,6 DH ?

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{1322 + 6 \left( \frac{20+b}{2} \right)}{100} = 14,6 \quad 6 \left( \frac{20+b}{2} \right) = 1460 - 1322 \quad \left( \frac{20+b}{2} \right) = \frac{1460 - 1322}{6}$$

$$b = 2 \left( \frac{1460 - 1322}{6} \right) - 20 = 26$$

$$\text{L'étendue} = 26 - 8 = 18$$

- Déterminer et interpréter l'intervalle interquartile ?
- Calculer et interpréter l'écart-type ?
- Vu l'activité de cette entreprise, chaque employé travaille 10 heures par jour et 20 jours par mois :

Soit Y : Le salaire mensuel  $Y = 10 \times 20 \times X = 200X$

- Déterminer le salaire mensuel moyen ? Interpréter ?

$$\bar{X} = 14,6 \quad \bar{Y} = 200 \times \bar{X} = 200 \times 14,6 = 2920$$

- Calculer et interpréter l'écart-type du salaire mensuel ?

$$\sigma(y) = 200 \sigma(x)$$

**Exercice n° 4 :**

Une entreprise qui exerce dans la grande distribution souhaite mettre en place une stratégie de publicité sur les lieux de vente PLV. Pour ce faire, elle délègue à un cabinet d'effectuer une étude sur les trois principaux marchés ; Zone Nord, Zone Centre et Zone Sud. L'étude a porté sur le chiffre d'affaires réalisé sur chaque marché mensuellement. Les résultats de l'étude concernant le premier semestre sont présentés dans le tableau suivant :

<b>Mois</b>	<b>Chiffre d'affaires en KDH</b>		
	<b><i>Zone Nord</i></b>	<b><i>Zone Centre</i></b>	<b><i>Zone Sud</i></b>
<b>Janvier</b>	150	760	90
<b>Février</b>	145	700	98
<b>Mars</b>	80	950	96
<b>Avril</b>	120	990	104
<b>Mai</b>	260	890	100
<b>Juin</b>	480	960	100

Mois	Chiffre d'affaires en KDH						Total CA sur les trois marchés	$X_i^2$
	Zone Nord	$X_i^2$	Zone Centre	$X_i^2$	Zone Sud	$X_i^2$		
Janvier	150	22500	760	577600	90	8100	1000	1000000
Février	145	21025	700	490000	98	9604	943	889249
Mars	80	6400	950	902500	96	9216	1126	1267876
Avril	120	14400	990	980100	104	10816	1214	1473796
Mai	260	67600	890	792100	100	10000	1250	1562500
Juin	480	230400	960	921600	100	10000	1540	2371600
<b>Total</b>	$\Sigma X_i=1235$	$\Sigma X_i^2=362325$	$\Sigma X_i=5250$	$\Sigma X_i^2=4663900$	$\Sigma X_i=588$	$\Sigma X_i^2=57736$	$\Sigma X_i=7073$	$\Sigma X_i^2=8565021$
$\bar{X}$	$\Sigma X_i/6=205,83$	$\Sigma X_i^2/6=60387,5$	$\Sigma X_i/6=875$	$\Sigma X_i^2/6=777316,67$	$\Sigma X_i/6=98$	$\Sigma X_i^2/6=9622,67$	$\Sigma X_i/6=1178,83$	$\Sigma X_i^2/6=1427503,5$
$\bar{X}^2$		42367,3611		765625		9604	1178,83	1389648,03
V(x)		18020,14		11691,67		18,67		37855,47
$\sigma(x)$		134,24		108,13		4,32		194,56
CV	0,65		0,12		0,044		0,165	

Il vaut mieux commencer par la question n3

- Déterminer le chiffre d'affaires moyen sur chaque marché ?

**Zone Nord :** chiffre d'affaires moyen = 205,83

**Zone Centre:** chiffre d'affaires moyen = 875

**Zone Sud:** chiffre d'affaires moyen = 98

- Calculer le chiffre d'affaires moyen sur les trois marchés confondus ? Commenter par rapport aux moyennes obtenues sur chaque marché ?

Chiffre d'affaires moyen sur les trois marchés confondus = 1178,83

Chiffre d'affaires moyen sur les trois marchés confondus est égal à la somme des chiffres d'affaires moyens sur chaque marché.

- Déterminer l'écart type sur chaque marché ?

**Zone Nord :** l'écart type = 134,24

**Zone Centre:** l'écart type = 108,13

**Zone Sud:** l'écart type = 4,32

- Calculer l'écart type sur les trois marchés confondus ? Comparer ce résultat aux écart-types obtenus sur chaque marché ?

L'écart type sur les trois marchés confondus : 194,56

L'écart type sur les trois marchés confondus n'a aucune relation avec les écarts type sur chaque marché.

- Calculer et comparer les coefficients de variation au niveau des trois zones de vente ? Commenter? Cf tableau

- Quelle est la zone qui présente une variation élevée du chiffre d'affaires d'un mois à l'autre ?

**Zone Nord**

### Exercice n° 5 :

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 salariés selon le salaire mensuel :

Classes	$c_i$	$n_i$	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	$n_i C_i$	$n_i C_i^2$	$f_i$	$f_i C_i$	$q_i$	$q_i C_i$	$q_{i-1} C_i + q_i C_i$	$S_i$
[2 -4[	3	28	84	252	28	84	0,28	0,28	0,15555556	0,15555556	0,15555556	0,02177778
[4 -6[	5	43	215	1075	71	299	0,43	0,71	0,39814815	0,5537037	0,70925926	0,15249074
[6 -8[	7	15	105	735	86	404	0,15	0,86	0,19444444	0,74814815	1,30185185	0,09763889
[8 -10[	9	9	81	729	95	485	0,09	0,95	0,15	0,89814815	1,6462963	0,07408333
[10 - 12[	11	5	55	605	100	540	0,05	1	0,10185185	1	1,89814815	0,0474537
<b>Total</b>	-	<b>100</b>	<b>540</b>	<b>3396</b>	-	-	<b>1</b>	-	<b>1</b>	-	-	<b>0,39344444</b>

- Calculer le salaire mensuel moyen ?

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{540}{100} = 5,4$$

En moyenne, chaque salarié perçoit un salaire mensuel de 5400 DH

- Calculer et interpréter l'écart-type ?

$$V(x) = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = 33,96 - 29,16 = 4,8 \quad \sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{4,8} = 2,19$$

En moyenne, les salaires mensuels s'écartent du salaire mensuel moyen de tous les salariés de 2190 DH.



3. Calculer et interpréter la médiane ?

La classe médiane est la classe qui correspond à l'effectif cumulé croissant  $N/2$

$$N/2=50$$

50 se trouve entre les  $n_i$   $C \nearrow$  28 et 71, la classe médiane est la classe [4-6]

En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{50-28}{71-28} = \frac{M_e-4}{6-4} \quad M_e = 4 + (6-4) \frac{50-28}{71-28} \quad M_e = 5,023$$

50% des salariés ont un salaire mensuel inférieur à 5023 DH, et 50% ont un salaire mensuel supérieur à 5023 DH.

4. Calculer et interpréter la médiale ?

Pour déterminer la médiale, il faut calculer les masses cumulées croissantes  $n_i c_i C \nearrow$

La classe médiale est la classe qui correspond à la masse cumulée croissante  $\frac{\sum n_i c_i}{2}$

$$\frac{\sum n_i c_i}{2} = 270$$

270 se trouve entre les  $n_i c_i C \nearrow$  84 et 299, la classe médiale est la classe [4-6]

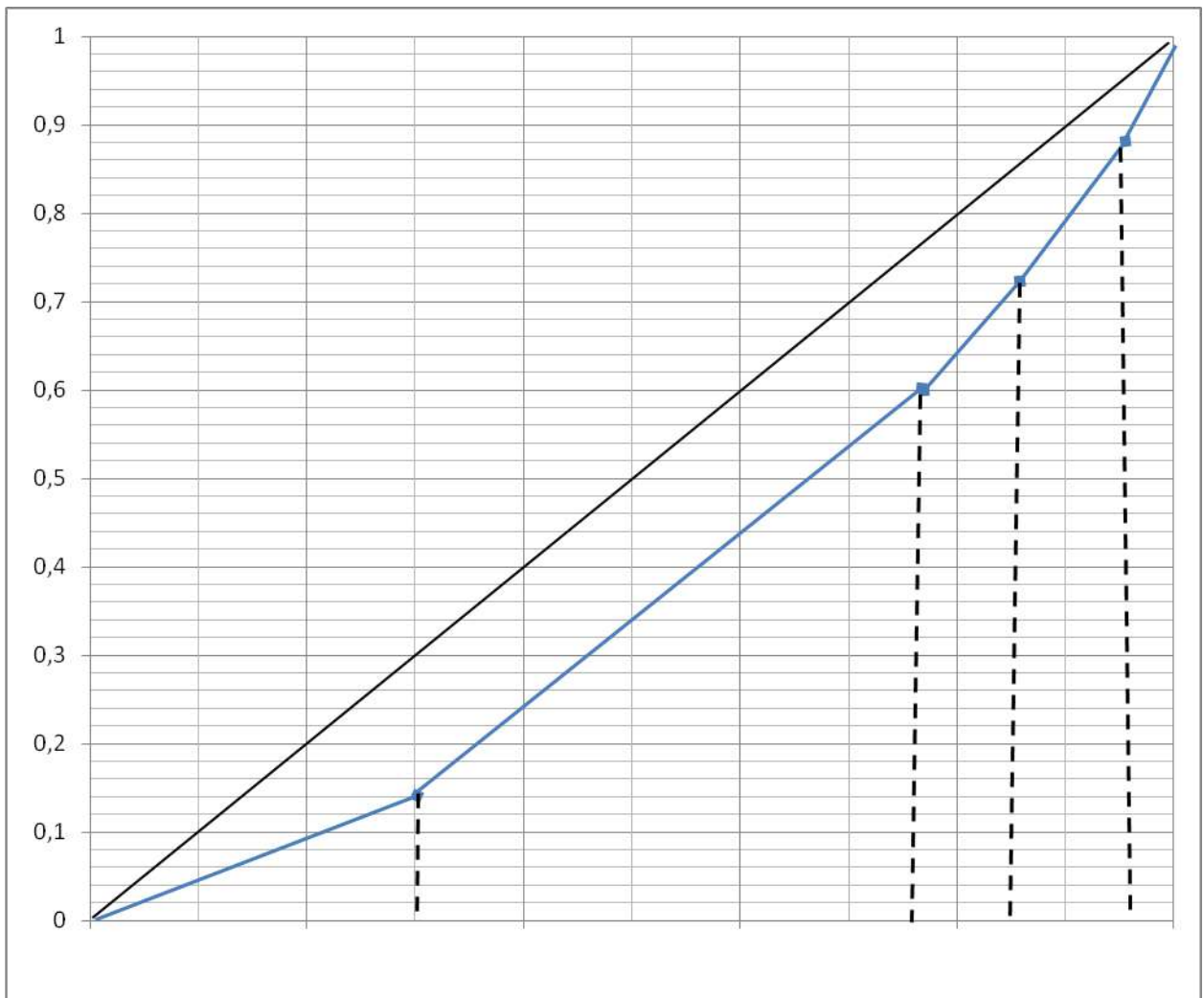
En appliquant la méthode de l'interpolation linéaire :

$$\frac{270-84}{299-84} = \frac{M_l-4}{6-4} \quad M_l = 4 + (6-4) \frac{270-84}{299-84} \quad M_l = 5,730$$

50% de la masse salariale est distribuée sous forme de salaires mensuels inférieurs à 5730 DH, et 50% de la masse salariale est distribuée sous forme de salaires mensuels supérieurs à 5730 DH.

5. Apprécier la concentration de cette distribution ?

Il faut tracer la courbe de Lorenz et calculer l'indice de GINI



### Calcul l'indice de GINI

$$I_G = \frac{\text{aire de la surface de concentration}}{\text{aire du triangle OAB}}$$

L'indice de GINI est donné par la formule :

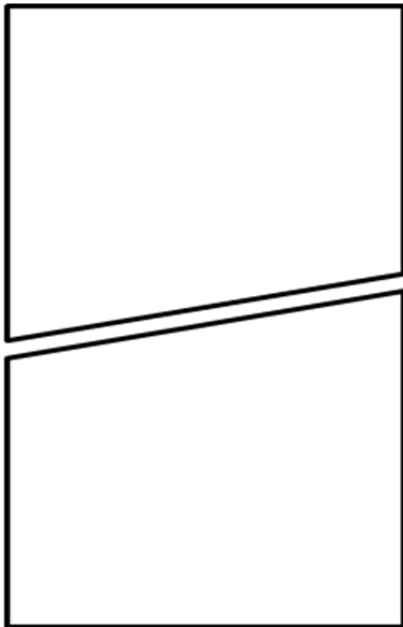
*aire de la surface de concentration = aire du triangle OAB - aire sous la courbe de concentration*

$$\text{aire du triangle OAB} = 0,5$$

*aire sous la courbe de concentration = Somme des aires des trapèzes*

$$\text{Surface du trapèze} = \frac{\text{hauteur} \times (\text{grande base} + \text{petite base})}{2}$$

Deux trapèzes identiques de même surface donnent un rectangle dont la longueur est égale à la grande base du trapèze plus la petite base, et dont la largeur est égale à la hauteur du trapèze



L'aire de la surface située entre la courbe de concentration et l'axe des abscisses est la somme des aires des trapèzes

La première surface  $S_1$  est un triangle dont la surface est égale à :

$$S_1 = \frac{f_1 \times q_1}{2} = \frac{0,28 \times 0,15555556}{2} = 0,02177778$$

La deuxième surface  $S_2$  est un trapèze dont l'aire est égale à :

$$S_2 = \frac{f_2 \times (q_1 + q_2)}{2} = 0,15249074$$

$$S_3 = \frac{f_3 \times (q_2 + q_3)}{2} = 0,09763889$$

$$S_4 = \frac{f_4 \times (q_3 + q_4)}{2} = 0,07408333 = 0,39344444$$

$$S_5 = \frac{f_5 \times (q_4 + q_5)}{2} = 0,0474537$$

La somme des aires des trapèzes :  $S=0,39344444$

Surface de Concentration = 0,5 -  $S=0,10655556$

$I_G = \text{Surface de Concentration}/0,5=0,21311111$

L'indice de Gini est plus proche de 0 que de 1, donc, la concentration est faible

Les salaires ne sont pas concentrés sur quelques salariés, mais sont relativement bien répartis sur les 100 salariés.